

Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

VERSÃO 5/2005.

A: Secção Teórica

Considere a equação $f(x) = 0$, onde

$$f(x) = -x^2 + \ln(1+x^2) + 3.5$$

a) Prove que a equação tem somente 2 raízes reais.

b) Mostre que o método de Newton aplicado à equação acima converge para a raiz z positiva dessa equação, qualquer que seja $x_0 \geq 3$. Determine a ordem de convergência.

c) Considere o método iterativo

$$x_{m+1} = x_m - \frac{1}{\alpha} f(x_m)$$

onde $\alpha \neq 0$ é uma constante real.

i) Recorrendo aos resultados da Secção Computacional, obtenha uma aproximação para o valor de α que permite a convergência mais rápida para z . Com esse valor de α , mostre que o método converge para z qualquer que seja $x_0 \in [2, 3]$.

ii) Considere $\alpha = -1$ e analise o método no que respeita à convergência para z .

B: Secção Computacional

d) Relativamente a **b)**, calcule aproximações para z , começando com $x_0 = 3$, até que seja satisfeito o seguinte critério de paragem: $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$. Justifique o critério usado.

e)-i) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, calcule os quocientes $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ com vários valores de p : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0. Diga o que esses valores indicam no que respeita à ordem de convergência ? Estão de acordo com o valor da ordem obtido em **b)** ? (Tome z como sendo a aproximação final x_{N+1}).

e)-ii) Calcule ainda uma aproximação para o coeficiente assintótico de convergência K_∞ .

f) Explique o resultado da alínea anterior com base no estudo da função iteradora.

g) Utilizando o método considerado em **c)-i**, calcule aproximações para z , começando com $x_0 = 3$ e utilizando o critério de paragem já referido. Compare os resultados obtidos com os da alínea **d**).