

Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

VERSÃO 4/2005.

A: Secção Teórica

Considere a equação $f(x) = 0$, com

$$f(x) = -2x + 2e^{-x^2} - 1.5$$

- a) Mostre que a equação tem uma e uma só raiz, que designaremos por z .
- b) Considere os seguintes métodos iterativos:

$$(M1) \quad x_{m+1} = e^{-x_m^2} - \frac{3}{4} \quad (M2) \quad x_{m+1} = 2e^{-x_m^2} - 1.5 - x_m$$

- i) Verifique teoricamente que um dos métodos acima diverge.

ii) Relativamente ao outro método, determine todos os valores de a tais que o teorema do ponto fixo é aplicável no intervalo $[-a, a]$. Conclua que o método converge para z , qualquer que seja a aproximação inicial x_0 . Determine ainda a ordem de convergência do método.

iii) Para o método convergente da alínea anterior, determine *à priori* o número de iterações que garante uma aproximação x_{n+1} com um erro absoluto inferior a 10^{-6} , supondo que x_0 é qualquer real pertencente a $[-1, 1]$.

c) Prove que o método da secante aplicado à equação $f(x) = 0$ converge para z , quaisquer que sejam as aproximações iniciais x_{-1}, x_0 escolhidas no intervalo $[0, 0.5]$.

B: Secção Computacional

d) Relativamente a b-ii), calcule aproximações da raiz z , começando com $x_0 = 1$, até que seja satisfeito o seguinte critério de paragem: $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$. Justifique o critério empregue (o que pode garantir para $|z - x_{n+1}|$?).

e)-i) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, calcule os quocientes $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ com vários valores de p : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5. Diga o que esses valores indicam no que respeita à ordem de convergência? Estão de acordo com o valor da ordem obtido em b)-ii)? (Tome z como sendo a aproximação final x_{N+1}).

e)-ii) Calcule ainda uma aproximação para o coeficiente assintótico de convergência K_∞ e explique o resultado da alínea **e)** com base no estudo da função iteradora.

f) Obtenha aproximações da raiz z pelo método da secante, usando o critério de paragem considerado em **d)**. Compare o número de iterações.