

Trabalho de Métodos Numéricos

Lic. Eng. Electrotécnica, Civil, Naval, Minas e Materiais

Prazo de Entrega: 9 de Maio 2005

Limite de páginas para o relatório = 10.

VERSÃO 3/2005.

A: Secção Teórica

Considere a equação $f(x) = 0$, com

$$f(x) = 3 - 2x + \sin x - e^{-x} \quad (1)$$

a) Mostre que essa equação só tem duas raízes, $z_1 > 0$ e $z_2 < 0$.

b) Considere a família de métodos iterativos (do ponto fixo) com funções iteradoras

$$g(x) = x + \lambda f(x) \quad (2)$$

onde $\lambda \neq 0$ é uma constante real dada.

i) Prove que, no caso de $\lambda = 0.5$, o método do ponto fixo com a função iteradora considerada converge para z_1 , qualquer que seja $x_0 \in [1.5, 2.5]$. Determine a ordem de convergência.

ii) Mostre que se $\lambda > 1.5$ o método do ponto fixo associado a g não pode convergir para z_1 .

c) Analise a convergência do método de Newton com $x_0 \in [1.5, 2.5]$. Determine a ordem de convergência do método.

B: Secção Computacional

d-i) Relativamente a **b-i)**, calcule aproximações para z até que seja satisfeito o seguinte critério de paragem: $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$, considerando $x_0 = 1.5$ e fazendo $\lambda_k = 0.1k$, $k = 1, 2, \dots, 8$. Verifique, para cada λ_k , o número de iterações necessárias para que o critério de paragem seja satisfeito. Com base nesses valores, determine o valor de λ_k que proporciona a convergência mais rápida e designe-o por Λ . Justifique ainda o critério usado.

d-ii) Explique o resultado da alínea anterior com base no estudo da função iteradora.

e) Utilizando os dados fornecidos pelo programa, usando o valor Λ , calcule os quocientes $\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$ com vários valores de p : 0.5, 1.0, 2.0, 2.5. Diga o que esses valores

indicam no que respeita à ordem de convergência ? Estão de acordo com o valor teórico ? (Tome z como sendo a aproximação final x_{N+1}).

f) Calcule uma aproximação para z usando o método de Newton e o critério de paragem acima, tomando $x_0 = 1.5$. Compare com os resultados obtidos na alínea **d-i)** (usando o valor Λ) e comente sobre a rapidez de convergência dos 2 métodos.

g) Utilize o método de Newton com $x_0 = 5$? Diga o que os resultados sugerem no que respeita à convergência e dê uma justificação teórica.