Análise Matemática III
1º semestre de 2002/2003

Exercício teste 2 (a entregar na aula prática da semana de 30/9/2002)

1) Mostre que o seguinte conjunto

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = \frac{z^2}{n},\ |z| < 1,\ n \in \mathbb{N}\}$$

tem medida nula em $\mathbb{R}^3$.

2) Seja $I \subset \mathbb{R}^3$ o intervalo $I =]0,1[\times]0,2[\times]0,2[$ e seja $s : I \to \mathbb{R}$ a função em escada definida por

$$s(x,y,z) = \begin{cases} 2 & 0 < x < 1/2,\ 0 < y < 1,\ 0 < z < 1 \\ 3 & 0 < x < 1/2,\ 0 < y < 1,\ 1 < z < 2 \\ 5 & 0 < x < 1/2,\ 1 < y < 2,\ 0 < z < 2 \\ 1/2 & 1/2 < x < 1,\ 0 < y < 2,\ 0 < z < 1 \\ \pi & 1/2 < x < 1,\ 0 < y < 2,\ 1 < z < 2 \end{cases}$$

a) Calcule $\int_I s$.

b) Se s tiver unidades de densidade de massa, por exemplo Kg/m^3, e se os comprimentos, i.e. x, y, z, estiverem expressos em m, em que unidades vem dado este integral ?