Análise Matemática III
$2^{\underline{o}}$ semestre de 2002/2003

Exercício Teste 6 (a entregar na semana de 28/4/2003)

1. Chama-se campo radial (em $\mathbb{R}^3$) a um campo vectorial da forma

   $$F(x,y,z) = g(r)\,(x,y,z)$$

   onde $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ e g é uma função real de variável real.

   (a) Admitindo que g é contínua num intervalo $[a,b]$, com $0 < a < b$, prove que F é conservativo na região definida pela condição

   $$a^2 < x^2+y^2+z^2 < b^2.$$

   (b) Considere o campo

   $$F(x,y,z) = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\,(x,y,z)$$

   Determine um potencial escalar de F em $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$ e calcule o trabalho realizado pelo campo F ao longo do segmento de recta unindo o ponto $(1,1,1)$ ao ponto $(2,-1,1)$.

2. Recorra ao Teorema de Green para calcular

   $$\int_C xy^2dx + 2x^2ydy$$

   onde C é a elipse de equação $4x^2+9y^2=36$ e orientada positivamente.