Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Matemática II

1º semestre de 2006/2007

Exercício-Teste 13 (a entregar na semana de 11/12/2006)

1. Considere conjunto
$$L = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : e^{xy} + \log(z+x) = 1\}.$$
   (a) Prove que existe uma vizinhança $U \in \mathbb{R}^3$ do ponto $(0,1,1)$, uma vizinhança $V \subset \mathbb{R}^2$ do ponto $(1,1)$ e uma função $f : V \to \mathbb{R}$ tal que
$$L \cap U = \{(f(y,z), y, z) : (y,z) \in V\}.$$
   (b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial z}(1,1)$.

2. Considere a função definida por
$$f(x,y) = (x\,,\,\cos(x+y))$$
   (a) Determine os pontos em que f é localmente invertível.
   (b) Sabendo que $f(0,\frac{\pi}{2}) = (0,0)$, determine a derivada de f^{-1} no ponto $(0,0)$.

3. Considere o seguinte conjunto
$$C = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = 2 - x^2 - y^2 \ ; \ z - y = 0\right\}.$$
   Determine, usando o método dos multiplicadores de Lagrange, o ponto (ou os pontos) de C que está a maior distância da origem. Diga, justificando, se esse ponto tem de existir.