

Grupos de Lie e Álgebras de Lie

1º Semestre de 2007/2008

Exercícios 4 (para entregar na aula teórica de 29 de Novembro)

1. Mostre que os grupos de Weyl dos sistemas de raízes de rank 2:

$$A_1 \times A_1, \quad A_2, \quad B_2, \quad G_2,$$

são os grupos diedrais de ordem 4, 6, 8, 12 respectivamente.

2. Seja Φ um sistema de raízes e $\Phi^\vee = \{\alpha^\vee = 2\alpha/(\alpha, \alpha) | \alpha \in \Phi\}$ (o dual de Φ). Mostre que $\Phi^\vee$ é um sistema de raízes cujo grupo de Weyl é naturalmente isomorfo ao grupo de Weyl de Φ . Mostre para os inteiros de Cartan: $n_{\alpha^\vee \beta^\vee} = n_{\beta\alpha}$ e esboce $\Phi^\vee$ para os casos A_1 , A_2 , B_2 e G_2 .