

Grupos de Lie e Álgebras de Lie

1º Semestre de 2007/2008

Problemas 1 (para entregar na aula teórica de 2 de Outubro)

1. Determine a dimensão (como variedade real) dos grupos seguintes e verifique que os primeiros quatro são compactos:
 $U(n)$, $SU(n)$, $O(n)$, $Sp(n)$, $Sp(n, \mathbb{C})$, $Sp(n, \mathbb{R})$.

2. Para $B \in M(n \times n, \mathbb{R})$ obtem-se um subgrupo a um parâmetro, α^B , de $GL(n, \mathbb{R})$, dado por:

$$\alpha^B(t) = \exp tB, \quad \forall t \in \mathbb{R}.$$

Justifique que de facto $\alpha^B(t) \in GL(n, \mathbb{R})$.

3. i) Mostre que a matriz seguinte pertence à imagem de um subgrupo a um parâmetro de $SL(2, \mathbb{C})$ mas não pertence à imagem de nenhum subgrupo a um parâmetro de $SL(2, \mathbb{R})$:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$$

- ii) Mostre que a matriz seguinte pertence à imagem de um subgrupo a um parâmetro de $GL(2, \mathbb{C})$ mas não pertence à imagem de nenhum subgrupo a um parâmetro de $SL(2, \mathbb{C})$:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$