

Análise Matemática IV

1º semestre de 2001/2002

Exercício-teste 1

Determine todas as soluções complexas da equação

$$z^4 = 4\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{2}i} \left(4e^{\frac{3\pi}{2}i} + 2\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i} \right).$$

Resolução

Simplificando o lado direito temos

$$z^4 = 4\sqrt{2}i(-4i + 2(1 + i)) = 8\sqrt{2}(1 + i) = 16e^{\frac{\pi}{4}i}.$$

As soluções desta equação são então as raízes quartas de $16e^{\frac{\pi}{4}i}$, ou seja,

$$z = 2e^{\frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{4}i} = 2e^{\left(\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}\right)i}$$

com $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, i.e.

$$z_0 = e^{\frac{\pi}{16}i}, \quad z_1 = e^{\frac{9\pi}{16}i}, \quad z_2 = e^{\frac{17\pi}{16}i}, \quad z_3 = e^{\frac{25\pi}{16}i}.$$