

7ª Ficha

Programação Matemática

1º Semestre de 2009/2010

ficha de preparação (serve como elemento de estudo para a matéria da cadeira que não foi coberta pelas fichas de avaliação).

1- Um dado ATL pretende organizar uma excursão de crianças a um parque de diversões. As crianças à guarda estavam divididas em cinco grupos g_1, g_2, g_3, g_4 e g_5 sendo que cada grupo pretendia entrar nas atrações populares a_1, a_2, a_3 e a_4 de acordo com o seguinte quadro:

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
a_1	X	X			X
a_2			X	X	
a_3		X			X
a_4		X		X	

Atendendo que cada atração dura uma hora e que só pode participar um grupo de cada vez em qualquer atração, pretende-se arranjar um programa de visita que satisfaça o que é pedido.

(a) Diga, justificando, qual o número mínimo de horas necessárias para completar a visita.

(b) Uma vez fixado o número mínimo de horas, diga, justificando, qual o número mínimo de monitores necessários para acompanhar os petizes (em cada atração é necessário um monitor a acompanhar os participantes).

(c) Apresente um plano nas condições das alíneas anteriores.

2- Um *grafo de intervalo* é um grafo $G = (V, E)$ onde $V = \{I_1, \dots, I_n\}$ é um conjunto finito de intervalos não-vazios em \mathbb{R} e dois intervalos distintos I_α e I_β são adjacentes se e só se $I_\alpha \cap I_\beta \neq \emptyset$. Mostre que um grafo de intervalo é perfeito.

[Sugestão: Mostre que o seu complemento é um grafo de comparabilidade.]

3- Dada a seguinte matriz com entradas no corpo de ordem 2, $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

determine uma submatriz invertível, $N \in GL_4(\mathbb{F}_2)$, de M que tenha o número máximo de entradas não-nulas.

4- Mostre que para qualquer $k \leq n$ o matróide uniforme $U_{k,n}$ é linear. Mostre que o matróide uniforme $U_{2,4}$ não é gráfico.