

## 2ª Ficha

### Programação Matemática

1º Semestre de 2009/2010

Prazo de entrega: 16 de Outubro no início da aula teórica

**Resolva três dos seguintes quatro exercícios** (as quotasções dos problemas são iguais independentemente do número de alíneas de cada um):

**1-** Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x + y & \leq 1 \\ -x + y & \leq 0 \\ x & + z \leq \beta \\ & y + \alpha z \leq 1 \end{cases}$$

Determine os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  para os quais o sistema é inconsistente.

**2-** Seja  $P \subseteq \mathbb{R}^3$  o poliedro que é conjunto de soluções do seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x + y + 2z & \geq 0 \\ x - y & \geq 2 \\ & y - z \geq 4 \\ x & \geq 5 \end{cases}$$

(a) Determine dois conjuntos finitos  $V$  e  $R$  tais que  $P = \text{conv}(V) + \text{cone}(R)$ .

(b) Resolva o problema de programação linear  $\min\{x+y+z : (x, y, z) \in P\}$ .

**3-** Mostre que qualquer poliedro pontuado tem pelo menos um vértice.

**4-** Seja  $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$  um poliedro não-vazio.

Mostre que  $P$  é limitado se e só se  $\text{cone}(\{a_i : i = 1, \dots, m\}) = \mathbb{R}^n$  onde  $\{a_i : i = 1, \dots, m\}$  é o conjunto dos vectores linha da matriz  $A$ .