

1^a Ficha

Programação Matemática

1^o Semestre de 2010/2011

Data de realização: 1 de Outubro no fim da aula prática

1-[9 val.] Determine os invólucros afim, $\text{aff}(S)$, convexo, $\text{conv}(S)$, e cónico, $\text{cone}(S)$, para os seguintes conjuntos:

(a) $S = \{(1, 0), (1, 1)\}$;

(b) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \frac{1}{x} \wedge x > 0\}$;

(c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2 \wedge y = 1\}$.

Apresente as soluções de forma mais simples possível (i.e. sem fazer uso de variáveis extra).

2-[6 val.] Seja S um subconjunto de \mathbb{R}^n .

(a) Mostre que $\text{conv}(S) \subseteq \text{aff}(S) \cap \text{cone}(S)$;

(b) Mostre que se $0 \notin \text{aff}(S)$ então $\text{conv}(S) = \text{aff}(S) \cap \text{cone}(S)$;

(c) Mostre que se $0 \in \text{aff}(S)$ então $\text{cone}(S) \subseteq \text{aff}(S)$.

3-[5 val.] Sejam A , B e C subconjuntos de \mathbb{R}^n tais que B é convexo e fechado e C é limitado. Mostre que

$$A + C \subseteq B + C \Rightarrow A \subseteq B.$$

Sugestão: Use os resultados sobre separação de conjuntos convexos para mostrar que

$$A \not\subseteq B \Rightarrow A + C \not\subseteq B + C.$$