Ficha 2

Análise Matemática I

Curso LESIM-Taguspark, 2^o Semestre de 2001/2002

I

1-[8 val.] Determine caso existam, ou justifique que não existem, os limites das seguintes sucessões:

(a) $a_n = \frac{2+n^2}{1-n+3n^2}$;

(b) $b_n = \frac{3^{n+2}+1}{3^n+n}$;

(c) $c_n = \frac{n-\sqrt{n}}{n+1}$;

(d) $d_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n}$.

2-[2 val.] A sucessão $u_n = 3^n - n$ é estritamente crescente? Porquê?

II

(a ser feito em casa)

1- [10 val.] Considere, para cada real c, a seguinte sucessão definida por recorrência:

$$u_1 = c$$
$$u_{n+1} = u_n^2 + c \quad \text{para todo o natural } n.$$

(a) Determine os termos gerais da sucessão u_n para $c = 0$, $c = -1$ e $c = -2$.

(b) Mostre que, para $c > \frac{1}{4}$, u_n é crescente e ilimitada.

(c) Mostre que, para $0 < c \leq \frac{1}{4}$, $0 < u_n < \frac{1-\sqrt{1-4c}}{2}$ para todo o natural n.

(d) Mostre que, para $-2 \leq c \leq 0$, $|u_n| \leq |c|$ para todo o natural n.

(e) Mostre que, para $c < -2$, $u_n \geq -c$ para todo o natural $n \geq 2$.

(f) Mostre que, para $c < -2$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq -\frac{c}{2}$ para todo o natural $n \geq 2$.

(g) Mostre que, para $c < -2$, u_n é ilimitada.

Nota: Resolva apenas 5 alíneas da questão II.1.