Ficha 1

Análise Matemática I

Curso LESIM-Taguspark, 2^o Semestre de 2001/2002

I

1-[10 val.] Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos majorantes, o conjunto dos minorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de cada um dos seguintes:

(a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < x\}$;

(b) $B = \{x \in \mathbb{R} : |x+1| \leq 2\}$;

(c) $C = \{x \in \mathbb{R} : |2-x| > 1\}$;

(d) $D = \{x \in \mathbb{R} : 2x(x-2) < (x-1)(x+1)\}$;

(e) $E = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$;

(f) $F = B \cap E$;

(g) $G = D \cap \mathbb{N}$.

II

(a ser feito em casa)

1-[2 val.] Mostre $\forall a, b \in \mathbb{R}, a < b \Rightarrow a < \frac{1}{2}(a+b) < b$.

2-[3 val.] Seja $S \subseteq \mathbb{R}$ um conjunto limitado. Seja $T \subseteq S$ um conjunto não-vazio. Mostre que se tem $\inf S \leq \inf T \leq \sup T \leq \sup S$.

3-[3 val.] Mostre por indução finita as seguintes desigualdades:

(a) $n \leq 2^n$ para todo o $n \in \mathbb{N}_1$;

(b) $2^{n-1} \leq n!$ para todo o $n \in \mathbb{N}_1$;

(c) $n! \leq n^n$ para todo o $n \in \mathbb{N}_1$.

4-[2 val.] Mostre por indução finita a seguinte proposição:

$$\forall n \in \mathbb{N}_1, \forall x \in \mathbb{R}, \quad x^{2n} - 2x^{2n-1} + 3x^{2n-2} - \cdots - 2nx + 2n + 1 \geq n + 1$$