

**TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR**  
**LEAmb, LEAN, LEMat, LQ, MEBiol, MEQ**

(02/DEZEMBRO/2008)

Duração: 45m

Nome do Aluno:-----

Número de Aluno:----- Curso:-----

Advertência: há 5 enunciados parecidos ... mas distintos

Cotação das perguntas de escolha múltipla: **0,6v.** Resposta em branco: **0v.** Resposta errada: **-0,2v.**

---

1. Os vectores  $v_1 = (1, 2, 2), v_2 = (1, 0, 0), v_3 = (1, 0, \alpha)$  de  $\mathbb{R}^3$  são linearmente independentes para:

- $\alpha = 0$       $\alpha \neq 0$      qualquer  $\alpha$      nenhum valor de  $\alpha$

---

2. Os vectores  $v_1 = (1, 2, 2), v_2 = (1, 0, 0), v_3 = (1, 0, \alpha)$  de  $\mathbb{R}^3$  geram um plano (subespaço vectorial de  $\mathbb{R}^3$  de dimensão 2) para:

- $\alpha = 0$       $\alpha \neq 0$      qualquer  $\alpha$      nenhum valor de  $\alpha$

---

3. Sejam  $V_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = 0\}$  e  $V_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y + z = 0\}$  subespaços vectoriais de  $\mathbb{R}^3$ . Considere as seguintes afirmações:

I)  $\dim(V_1)=1$ .

II)  $V_1 \cap V_2$  é gerado pelo vector  $(1, -1, 1)$ .

III)  $\dim(V_2)=2$ .

IV)  $V_1 = \text{Nuc}(A)$  onde  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ .

A lista completa de afirmações correctas é

- I, II, III     II, III, IV     I, III, IV     II, III

---

4. Seja  $\text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  o espaço vectorial das matrizes reais do tipo  $2 \times 2$  e  $V$  o subespaço vectorial definido como se segue:  $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a + 2b = 0, d = 0 \right\}$ . Considere as seguintes afirmações:

I)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \in V$ .

II)  $\dim(V)=2$ .

III)  $\left\{ \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$  é uma base de  $V$ .

IV)  $\dim(V)=3$ .

A lista completa de afirmações correctas é

- I, II, III     II, III, IV     I, III, IV     II, III

5. Considere a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ .

a) Calcule o polinómio característico e os valores próprios de  $A$ .

b) Determine uma base para cada espaço próprio de  $A$  e justifique se  $A$  é diagonalizável.

c) Determine uma matriz diagonal  $D$  e uma matriz  $S$  tais que  $D = SAS^{-1}$ .

6. Seja  $Q \in \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  uma matriz ortogonal (i.e.  $Q^{-1} = Q^T$ ) tal que  $\det(Q) = -1$ . Prove que então existe um vector  $u$ , não nulo, tal que  $Qu = u$ .

Resolução: