

TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR
LEAmb, LEMat, LQ, MEBiol, MEQ

(19/OUTUBRO/2007)

Duração: 45m

Nome do Aluno: _____

Número: _____ Curso: _____

Advertência: há 6 enunciados parecidos... mas distintos

Cotação das perguntas de escolha múltipla: **0,6v.** Resposta em branco: **0v.** Resposta errada: **-0,2v.**

1. Para cada parâmetro real α sejam $A_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 3\alpha \end{bmatrix}$ e $b_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3\alpha \end{bmatrix}$. Considere as seguintes afirmações:

- I) O sistema $A_\alpha u = b_\alpha$ é impossível para qualquer valor de α .
- II) O sistema $A_\alpha u = b_\alpha$ é impossível para pelo menos um valor de α .
- III) O sistema $A_\alpha u = b_\alpha$ é possível para qualquer valor de α .
- IV) A matriz A_α é invertível para $\alpha = -3$.

A lista completa de afirmações correctas é

- I, II III, IV II, IV II, III
-

2. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e I a matriz identidade 3×3 . Considere as seguintes afirmações:

- I) $(1, 0, 0)$ é solução do sistema homogéneo $Au = \mathbf{0}$.
- II) $\text{car}(A^{-1})=3$.
- III) $\det(A - \lambda I) = (1 - \lambda)^2(2 - \lambda)$ para qualquer $\lambda \in \mathbb{R}$.

A lista completa de afirmações correctas é

- I, II II, III I, III I, II, III
-

3. Sejam $A, B \in \text{Mat}_{n \times n}(\mathbb{R})$ com $\det(A) = 1$. Considere as seguintes afirmações:

- I) $\det(\alpha A) = \alpha \det(A)$ para qualquer $\alpha \in \mathbb{R}$.
- II) AB invertível se e só se B invertível.
- III) Os sistemas homogéneos $(AB)u = \mathbf{0}$ e $Bu = \mathbf{0}$ têm o mesmo conjunto solução.

A lista completa de afirmações correctas é

- I, II II, III I, III I, II, III
-

4. Escreva a matriz $A = [a_{ij}] \in \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ definida por $a_{ij} = (i - j)$ e determine A^{-1} .

5. Considere as seguintes matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \text{Mat}_{3 \times 2}(\mathbb{R})$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \text{Mat}_{3 \times 1}(\mathbb{R})$.

a) Calcule $\det(A^T A)$ e verifique se $A^T A$ é invertível.

b) Determine o conjunto solução do sistema linear $Au = b$.

c) Determine o conjunto solução do sistema linear $(A^T A)x = A^T b$.

6. Sejam $A \in \text{Mat}_{n \times m}(\mathbb{R})$ e $b \in \text{Mat}_{n \times 1}(\mathbb{R})$. Designe por S_1 o conjunto solução de $Au = b$ e por S_2 o conjunto solução de $(A^T A)x = A^T b$. Prove que $S_1 \subseteq S_2$.

Resolução: