

**2º MAP DE ÁLGEBRA LINEAR – LEAer**  
**JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS**

1. Considere o seguinte subespaço linear de  $\mathbb{R}^4$ :

$$V = L(\{(1, 2, -2, 0), (-2, -4, 4, 0), (3, 6, -3, 0), (4, 8, -4, 0)\}).$$

- (a) (5.0) Verifique se  $(1, 1, 1, 1) \in V$ . Determine uma base para  $V$  e indique a  $\dim(V + V)$ .
- (b) (2.0) Calcule  $\dim(V \cap W)$  onde  $W = L(\{(2, 2, 2, 2)\})$ .
- (c) (3.0) Caso exista, encontre  $k$  tal que  $V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : k^2x - ky = 0 \text{ e } kw = 0\}$ .

2. (6.0) Seja  $A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ . Encontre  $J$  em forma canónica de Jordan e  $S$  invertível tais que  $A = SJS^{-1}$ .

- 3. (2.0) Seja  $p_A(\lambda) = (\lambda - 3)^2(\lambda - 4)^2$  o polinómio característico de uma matriz  $A$ . Calcule o polinómio característico de  $A^{-1}$ .
- 4. (2.0) Seja  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  um conjunto de vectores linearmente independentes num espaço linear  $V$  e considere  $v \in V$ . Mostre que  $\dim(L(\{v - v_1, v - v_2, v - v_3, v - v_4\})) \geq 3$ .

FIM