

**1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR**  
CURSO: Engenharia Aeroespacial

1. Para cada  $\alpha \in \mathbb{R}$ , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é:

$$[ A_\alpha \mid b ] = \left[ \begin{array}{ccc|c} 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & -\alpha & \alpha & \alpha^2 - 9 \\ -3 & \alpha & \alpha & 9 + \alpha - \alpha^2 \end{array} \right].$$

- (a) (1.0) Discuta em termos de  $\alpha$  a existência ou não de solução do sistema de equações lineares anterior.
- (b) (1.0) Determine o conjunto solução do sistema de equações lineares homogéneas associado à matriz  $A_{-3}$  ( $\alpha = -3$ ).
- (c) (0.5) Para  $\alpha = 5$ , calcule a característica  $\text{car}((A_5)^{99})$  de  $(A_5)^{99}$ .

2. (1.0) Seja  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ . Caso exista, determine uma matriz  $\mathbf{B}$  tal que

$$\det(\text{tr}(AA^T)I) I - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{B} (AA^T)^{-1} = \mathbf{0}.$$

3. Seja  $\text{cof}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  a matriz dos cofactores de  $A$ .

- (a) (0.5) Calcule  $\det(A)$ .
- (b) (0.5) Calcule a entrada  $(4, 1)$  de inversa de  $A$ .

4. (0.5) Seja  $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$  uma matriz real e  $\mathbf{x} \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{C})$  uma matriz complexa não nula tal que  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . Prove que existe uma matriz real não nula  $\mathbf{y} \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{R})$  tal que  $A\mathbf{y} = \mathbf{0}$ .