Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

1^o Semestre 2013/2014
18 de Novembro de 2013
Duração: 45 minutos

2^o TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

CURSO: Engenharia Aeroespacial

1) Sejam $V_1 = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 : x+2y+3z+4w=0\}$ e $V_2 = L(\{(2,0,0,2),(-1,1,2,-1),(1,3,6,-3)\})$.

a) (1.0) Determine uma base para V_1.

b) (1.0) Determine uma base para V_2 e descreva V_2 usando equações lineares.

c) (1.0) Calcule $\dim(V_1+V_2)$ e encontre matrizes A,B,C,D tais que

$$V_1+V_2 = \mathcal{N}(A), \quad V_1 = \mathcal{N}(B), \quad V_2 = \mathcal{N}(C), \quad V_1 \cap V_2 = \mathcal{N}(D),$$

sendo (i) A submatriz de B e de C e (ii) B e C submatrizes de D.

2) (1.0) Determine os valores reais de a tais que $\{(1,1,1),(1,0,a)\}$ seja uma base do espaço linear

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2x-y-z=0\}.$$

Encontre as coordenadas do vector $v=(5,2,8)$ nessa base (ordenada) de V.

3) Seja $U = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ -y & \overline{x} \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C}) : \ x,y \in \mathbb{C} \right\}$ onde $\overline{x}$ designa o complexo conjugado de $x \in \mathbb{C}$.

a) (0.5) Usando as operações usuais, verifique se U é um espaço linear sobre os escalares complexos $\mathbb{C}$ ou se U é um espaço linear sobre os escalares reais $\mathbb{R}$.

b) (0.5) Calcule $\dim(U)$ (no(s) caso(s) em que U é espaço linear).

FIM