Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

1^o Semestre 2012/2013
19 de Novembro de 2012
Duração: 45 minutos

2^o TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

CURSO: MEAer

1) Sejam $V_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : y - 3w = 0, z - 2w = 0\}$ e $V_2 = L(\{(4, 3, 2, 1)\})$ o subespaço linear de $\mathbb{R}^4$ gerado pelo vector $(4, 3, 2, 1)$.

a) (1.0) Determine uma base para V_1.

b) (1.0) Determine uma base para V_1 que inclua o vector $(4, 3, 2, 1)$.

c) (1.0) Encontre matrizes A e B tais que $V_1 = \mathcal{N}(A)$, $V_2 = \mathcal{N}(B)$ e A seja uma submatriz de B.

2) Seja $V = \{p(t) \in \mathcal{P}_2 : p(-2) = 0\}$, onde $\mathcal{P}_2$ designa o espaço linear real dos polinómios reais de grau menor ou igual a 2.

a) (1.0) Determine uma base para $V + V$.

b) (0.5) Determine as coordenadas de $6 + t - t^2$ numa base de V.

3) (0.5) Seja $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}$ matriz real 2×2. Prove que:

a matriz A é invertível se e só se existem bases $\mathcal{B}_1$ e $\mathcal{B}_2$ de $\mathbb{R}^2$ tais que $S_{\mathcal{B}_1 \to \mathcal{B}_2} = A$.

FIM