

1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR
CURSO: MEAer

- 1)** Para cada $\alpha \in \mathbb{R}$, seja \mathcal{S}_α o conjunto solução do sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & \alpha & 0 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 & 0 & 1 \\ \alpha & 1 & \alpha & 0 & 1 \end{array} \right].$$

- a) (1.0) Discuta em termos de α a existência ou não de solução do sistema de equações lineares anterior.
b) (1.0) Para $\alpha = 0$, determine o conjunto solução do sistema de equações lineares correspondente.
c) (0.5) Caso exista, determine α tal que $(1, 0, 0, 1) \in \mathcal{S}_\alpha$.

2) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}$.

- a) (1.0) Determine a entrada $(1, 2)$ de A^{-1} .
b) (0.5) Calcule $\det(-AA^T A^{-1})$.
c) (0.5) Calcule $(\text{adj}(A))^{-1}$, onde $\text{adj}(A)$ designa a matriz adjunta de A .

- 3)** (0.5) Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$. Prove que $\det \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} = \det(A - B) \det(A + B)$.