

1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR
CURSOS: LMAC, MEBiom, MEFT

- 1)** Para cada $\alpha \in \mathbb{R}$ e cada $\beta \in \mathbb{R}$, considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \alpha & 3 \\ 1 & \beta - 3 & 2\alpha & \alpha + 3 \\ 1 & 0 & 2\alpha & 4 \end{array} \right].$$

- a)** (1.0) Discuta em termos de α e β a existência ou não de solução do sistema de equações lineares anterior
- b)** (1.0) Para $\alpha = 1$ e $\beta = 3$, determine o conjunto solução do sistema de equações lineares correspondente.

- 2)** (1.0) Calcule a inversa da matriz $A = I + \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- 3)** (1.0) Seja

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Calcule $\det(2A - A^T)$.

- 4)** Sejam $u, v \in \mathcal{M}_{1 \times n}(\mathbb{R})$.

- a)** (0.5) Prove que $\det(I + u^T v) = 1 + \det(uv^T)$.
- b)** (0.5) Prove que $I + u^T u$ é invertível.