

**1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR**  
CURSOS: LEAN, LEMat, MEAer, MEAmbi, MEEC e MEMec

**1)** Para cada parâmetro real  $\alpha$ , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 5 & -4 \\ \alpha & 2\alpha & 3 & 0 \end{array} \right].$$

a) (1.0) Determine os valores de  $\alpha$  para os quais o sistema anterior é possível e determinado.

b) (1.0) Para  $\alpha = 1$ , determine a solução geral do sistema de equações lineares correspondente.

**2)** (1.0) Determine a matriz  $A$  do tipo  $2 \times 2$  tal que

$$I - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} A = A \det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

**3)** (1.0) Seja

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Justifique que  $A$  é invertível e calcule a entrada  $(4, 2)$  de  $A^{-1}$ .

**4)** (1.0) Seja  $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$  tal que  $Au = \mathbf{0}$  para qualquer  $u \in \mathcal{M}_{n \times 1}(\mathbb{R})$ . Prove que  $A = \mathbf{0}$ .