

Instituto Superior Técnico
Álgebra Linear 2006/2007 (AL-23)
Primeiro mini-teste, 3 de Abril de 2007, 13h30m
Duração: 40 minutos

Versão E

Identificação

Número: _____

Nome: _____

Respostas

1a	☐	2a	☐	3a	☐	4a	☐	5a	☐
1b	☐	2b	☐	3b	☐	4b	☐	5b	☐
1c	☐	2c	☐	3c	☐	4c	☐	5c	☐
1d	☐	2d	☐	3d	☐	4d	☐	5d	☐

Instruções

1. Este é um teste de *escolha múltipla*.
2. Nas página seguintes há vinte alíneas distribuídas por cinco perguntas. Cada alínea contém uma afirmação que pode ser *verdadeira* ou *falsa*.
3. Na *folha de rosto* deve assinalar com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as afirmações falsas, podendo sempre em cada alínea optar por não responder.
4. As respostas certas têm *pontuação positiva* e as respostas erradas têm *pontuação negativa*. As alíneas sem resposta têm *pontuação nula*.
5. No fim do teste deve *entregar* ao docente apenas a *folha de rosto* devidamente identificada e com as respostas assinaladas.

Pergunta 1

Seja $\left[\begin{array}{ccc|c} a & 0 & b & 2 \\ a & a & 4 & 4 \\ 0 & a & 2 & b \end{array} \right]$ a matriz aumentada de um sistema de equações lineares.

- a) Se $a = 0$ existem valores de b para os quais o sistema é possível.
- b) Se $a = 0$ o sistema é sempre possível independentemente do valor de b .
- c) Se $a = 1$ o sistema é impossível.
- d) Se $b = 2$ o sistema é possível e indeterminado.

Pergunta 2

- a) $A + B = B + A$ para quaisquer matrizes $m \times n$ A e B .
- b) $AB = BA$ para quaisquer matrizes $n \times n$ A e B .
- c) Existem matrizes A e B tais que $AB = BA$.
- d) $(A + B)^2 = A^2 + AB + B^2$ para quaisquer matrizes $n \times n$ A e B .

Versão E

Pergunta 3

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ i & 0 & i \end{bmatrix}$.

a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & i & 1 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & -2i & -1 \end{bmatrix}$.

b) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & i \\ 1 & 0 & i \\ 0 & -1 & -2i \end{bmatrix}$.

c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & i \\ 0 & 1 & -2i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

d) A não tem inversa.

Pergunta 4

a) O vector $(1, 1, 1, 1) \in \mathbb{C}^4$ é combinação linear dos vectores $(1, 2, 3, 4)$, $(i, 0, i, 0)$ e $(3i, 3i, i, i)$.

b) O subconjunto do espaço vectorial complexo dos polinómios de coeficientes complexos $\mathcal{P}(\mathbb{C})$ formado pelos polinómios

$$\begin{aligned} &1 + 2z + 3z^2 + 4z^3 \\ &i + iz^2 \\ &3i + 3iz + iz^2 + iz^3 \end{aligned}$$

é linearmente independente.

c) O conjunto formado pelas funções e^x , $\sin x$ e $\cos x$ gera todo o espaço vectorial real das funções reais de variável real.

d) O espaço das colunas da matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & i & 3i \\ 2 & 0 & 3i \\ 3 & i & i \\ 4 & 0 & i \end{bmatrix}$$

coincide com o núcleo da matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(visto como um subespaço de $\mathbb{C}^4$).

Versão E

Pergunta 5

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- a) A característica de A é 3.
- b) A nulidade de A é 3.
- c) A dimensão do espaço das colunas de A é 3.
- d) O conjunto $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ é uma base do espaço das colunas de A .