

Matemática III - 2024/2025

Exercícios 5

1 - Determinar uma função $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaça as condições

$$F'(x) = \frac{x}{2x^2 + 3}, \quad F(0) = 0.$$

R: $F(x) = \frac{\ln(2x^2+3)-\ln(3)}{4}.$

2 - Calcular os integrais

a) $\int_{-1}^2 \frac{1}{\sqrt{5+3x}} dx$; **R:** $\frac{2}{3} (\sqrt{11} - \sqrt{2})$

b) $\int_0^2 e^{2x-1} dx$; **R:** $\frac{1}{2} (e^3 - e^{-1})$

c) $\int_0^{\pi/4} \sin(x/4) dx$; **R:** $4(1 - \sqrt{2}/2)$

d) $\int_0^3 \frac{x+1}{2x+1} dx$; **R:** $\frac{3}{2} + \frac{\ln(7)}{4}$

3 - Usar integração por partes para calcular os seguintes integrais

a) $\int_0^2 x e^x dx$; **R:** $e^2 + 1$

b) $\int_0^\pi x^2 \cos(x/2) dx$; **R:** $2\pi^2 - 16$

c) $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos(x) dx$; **R:** $\frac{e^\pi - 2}{5}$

4 - Usar a mudança de variáveis $t = \sqrt{2+x}$ para calcular o integral

$$\int_{-2}^1 2 \frac{1}{\sqrt{x+2}+1} dx;$$

R: $4 - 2 \ln(2)$

6 - Calcular a área da região do plano limitada pelas parábolas

$$y = 2x^2 + x, \quad y = x^2 + 2.$$

R: $\int_{-2}^1 (x^2 + 2) - (2x^2 + x) dx = \frac{3}{2}.$

7 - Calcular a área da região do plano definida pelas condições

$$(x, y) : x > 0 \quad y > 0; \quad 1 < \frac{y}{x} < 4; \quad xy < 1$$

R:

$$\int_0^{1/2} 3x \, dx + \int_{1/2}^1 \frac{1}{x} - x \, dx = \ln(2).$$

8 - Calcular a derivada da função

$$F(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} \, dt$$

R: $F'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

9 - Aplicar a Regra de Cauchy para calcular o limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x \ln(t^2 + e^t) \, dt$$

R: $1/2$

10 - Seja A a região do plano limitada pelas linhas

$$y = x^2, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 2;$$

Calcular o volume dos sólidos de revolução gerados por A em torno do eixo $y = 0$ e do eixo $x = 0$.

R: $\frac{32\pi}{5}$ e 8π .