

1 Problemas para a aula de 29/10

- Determinar
 - a) $0 \leq a < 73$ satisfazendo $a \equiv 9^{794} \pmod{73}$.
 - b) $0 \leq a < 83$ satisfazendo $a \equiv 7^{670} \pmod{83}$.
- Quais são os algarismos das unidades e das dezenas de 2^{1000} ? E de 7^{888} ?
- Mostrar que $n^7 - n$ é divisível por 42, para todo o inteiro n .
- Mostrar que se p é um primo diferente de 2 e de 5, então p divide infinitos inteiros do conjunto $\{9, 99, 999, 9999, \dots\}$.
- Sejam m e n inteiros positivos. Mostrar que se todo o primo que divide n também divide m , então

$$\phi(m) = n\phi(m).$$

- a) Para que valores de m se verifica $\phi(m) = \frac{m}{2}$?
- b) Existe algum n tal que $\phi(n) = 50$?
- c) Para que valores de m é que $\phi(m)$ divide m ?
- Usando a factorização $561 = 3 * 11 * 17$ mostrar que $a^{561} \equiv a \pmod{561}$ para todo o inteiro a .
- Resolver a equação ou mostrar que não existe solução
 - a) $x^{85} \equiv 6 \pmod{29}$
 - b) $x^{87} \equiv 5 \pmod{29}$
 - c) $x^{39} \equiv 3 \pmod{13}$
 - d) $x^{123} \equiv 5 \pmod{24}$
 - e) $x^{19} \equiv 5 \pmod{111}$
 - f) $x^{55} \equiv 17 \pmod{45}$