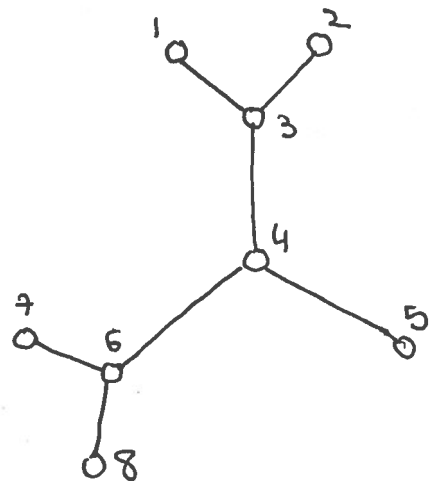
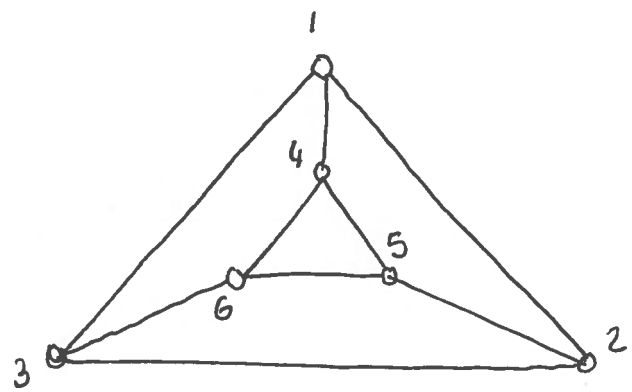


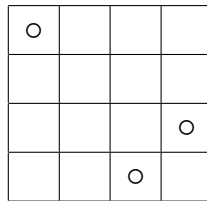
Combinatória e Grafos - 2024-2025 Problemas -

semana 5

1. Nas figuras anexas, uma simetria é uma permutação dos vértices que perserva a relação de adjacência, ou seja, as ligações entre vértices.
 - a) Determinar o número de simetrias de cada tipo cíclico, para cada uma das figuras.
 - b) Determinar de quantas maneiras não equivalentes podemos colorir os vértices de cada um dos grafos, usando algumas de m cores, se considerarmos como equivalentes colorações que se podem obter uma da outra por uma simetria do grafo.



2. De quantas maneiras podemos colorir as arestas de um cubo, usando m cores?
3. a) De quantas maneiras podemos pintar, com m cores, um tabuleiro de xadrez?
 b) E se o tabuleiro for transparente?
 c) Considerar os mesmos problemas para um tabuleiro 7×7 .
4. Dividimos um cartão quadrado em 16 quadrados iguais e perfuramos 3 desses quadrados no seu centro, como no exemplo da figura:



Tendo em conta que o cartão é igual dos dois lados, quantos cartões diferentes podemos criar?

E se perfurarmos 4 (ou 5 ou 6...) quadrados?

5. De quantas maneiras podemos colorir (com uma cor...) quadrados de um tabuleiro $n \times n$ com a condição de em cada linha e cada coluna do tabuleiro ficar exatamente 1 quadrado colorido?
 Se considerarmos que duas dessas colorações são equivalentes se podemos transformar uma na outra por uma simetria do tabuleiro (rotação ou reflexão), quantas classes de equivalência existem?

Nota: A segunda pergunta deve ser respondida para $n = 5$ e $n = 6$.

6. Quantos cubos diferentes com arestas de comprimento 2 se podem construir usando cubos de arestas de comprimento 1 de 5 cores diferentes? E se forem cubos com arestas de comprimento 3?