

## Combinatória e Grafos - 2024-2025 Problemas -

### semana 4

Nos exercícios seguintes  $S_n$  designa o conjunto das permutações do conjunto  $[n] = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ .

1. Em quantas permutações  $\pi \in S_n$  é que 1 e 2 pertencem ao mesmo ciclo?
2. Quantas permutações  $\pi \in S_n$  têm exactamente dois ciclos? E três ciclos?
3. Em quantas permutações  $\sigma \in S_n$  é que 0 pertence a um ciclo de comprimento  $k$ ?
4. Quantas permutações  $\pi \in S_n$  têm (pelo menos) um ciclo de comprimento  $k$ ?  
Começar pelo caso  $k = 1$ .
5. Seja  $\pi \in S_{12}$  a permutação com a decomposição cíclica

$$\pi = (0, 1)(2, 3, 4, 5)(6, 7, 8, 9, 10, 11).$$

Qual a decomposição cíclica de  $\pi^2$ ? E de  $\pi^3$ ? E de  $\pi^k$ , para um  $k \geq 0$  qualquer?

6. Seja  $\sigma \in S_{12}$  a permutação com a decomposição cíclica

$$\sigma = (0, 1)(2, 3)(4, 5)(6, 7, 8)(9, 10, 11).$$

Quantas permutações  $\pi \in S_{12}$  satisfazem  $\pi^2 = \sigma$ ?

7. Quantas permutações  $\pi \in S_n$  satisfazem a condição  $\pi^5(x) = x \forall x \in [n]$ ?  
E se for  $\pi^6(x) = x \forall x$ ?