Combinatória e Grafos - 2023-2024

Trabalho de Grupo 1

1. De quantas maneiras podemos ordenar sete **A**, doze **B** e dezoito **C**

a) sem nenhuma restrição ?

b) com a condição de não haver dois **A** seguidos?

c) com a condição de nunca ocorrer a sequência **A B**?

2. Quantas soluções em inteiros não negativos da igualdade

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_{21} = 111$$

a) satisfazem a condição $x_i \equiv i \mod 3$ para todo o i?

b) satisfazem a condição $x_1 + x_2 + x_3 \geq 30$?

Sugestão (para a)): verificar que $x_i = 3y_i + r_i$ com $0 \leq y_0$ e $0 \leq r_i < 3$.

3. Consideramos sequências (x_n, y_n), com $0 \leq n \leq 40$, de pares de naturais tais que

i) $(x_0, y_0) = (0, 0)$;

ii) $(x_{40}, y_{40}) = (20, 20)$;

iii) $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_n + 1, y_n)$ ou $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_n, y_n + 1)$.

Cada uma destas sequêcias representa um caminho no plano com um sistema ortonormado de eixos, em que em cada passo nos deslocamos uma unidade "para a direita"ou uma unidade "para cima"(ver problemas 7. e 8. na Ficha de problemas 1).

a) Fixando $0 \leq a \leq 20$, quantas destas sequências satisfazem a condição $x_{20} = a$?

b) Quantas destas sequências satisfazem a condição

$$\forall n,\ x_n \leq 10 \implies y_n \leq 10?$$

4. Sabendo que G é um grafo simples com 22 arestas, grau mínimo 3 e grau máximo 4 determinar os possíveis números de vértices de cada grau.

5. Justificar que para todo o $n \geq 5$ existe um grafo com n vértices, regular de grau 4.