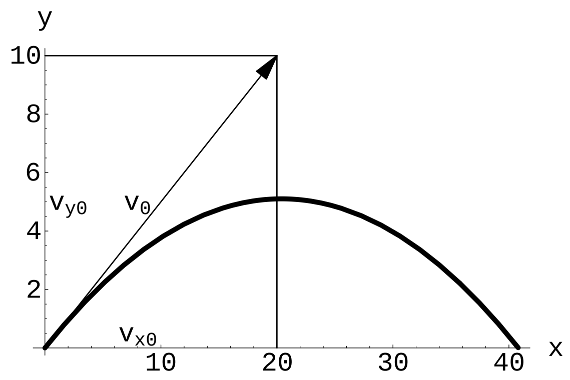

Trabalho de Matemática Computacional
Licenciatura em Eng. Informática e Computadores
1 Sem. 03/04

Versão 3

Considere-se a trajectória de um projéctil, disparado com uma velocidade inicial $v_0 = (v_{x,0}, v_{y,0})$, sendo as coordenadas dadas num sistema em que o eixo dos x é paralelo à superfície da terra e o eixo dos y é perpendicular à mesma (ver figura). Neste caso, o caminho percorrido pelo projéctil ao fim do tempo t é dado pela fórmula:

$$l(t) = \int_0^t \sqrt{v_x(s)^2 + v_y(s)^2} ds,$$

onde $v_x(s) \equiv v_{x,0}$ e $v_y(s) = v_{y,0} - gs$, sendo $g = 9.8$.

1. Use o comando *Integrate* do Mathematica para obter a expressão de $l(t)$.

2. Escreva um programa que permita calcular o tempo decorrido (t) sabendo o caminho percorrido. Utilize o método da secante para obter um valor aproximado com erro não superior a 10^{-6}. Calcule valores aproximados de t no caso de $v_{x,0} = 10, v_{y,0} = 20$, quando $l(t) = 10, 20, 30, 40$.

3. Escreva um programa que permita calcular $v_{x,0}$ e $v_{y,0}$, sendo conhecidos t, $l(t)$ e $v(t)$ (módulo da velocidade do projéctil no instante t). Deverá ter em conta que

   $$v(t)^2 = v_x(t)^2 + v_y(t)^2.$$

   Apresente a solução com erro não superior a 10^{-6} para o caso de $t = 3$, $l(t) = 50$, $v(t) = 20$.

   Sugestão: Exprima o valor de $v_{x,0}$ através de $v_{y,0}$ e de $v(t)$ e substitua na equação de $l(t)$.

4. Suponhamos que o projéctil está sujeito a uma força horizontal, de intensidade variável, de tal modo que a componente horizontal da velocidade satisfaz a equação

   $$v_x(t) = v_{x,0}e^{-at},$$

   onde $a \in \Re$ (quando $a = 0$ obtém-se o caso anterior).

   (a) Escreva as equações de $x(t)$ e $y(t)$ neste caso.

   (b) Escreva uma função que permita calcular a abcissa do ponto onde o projéctil atinge o solo, dadas as componentes da velocidade inicial e o valor de a.

   (c) Trace os gráficos da trajectória do projéctil (até este aingir de novo o solo), para $v_{x,0} = 10$,$v_{y,0} = 20$, com $a = 0, 0.5, 1, 1.5$.

   (d) Usando a função acima referida e o método da bissecção, determine qual deve ser o valor de a para que o projéctil atinja o solo no ponto de abcissa $x = 30$. Use os valores de $v_{x,0}$,$v_{y,0}$ acima considerados.