Trabalho de Matemática Computacional
Licenciatura em Eng. Informática e Computadores
1 Sem. 03/04

Versão 1

Sabendo que a energia potencial de um certo campo é dada pela função

$$U(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{3x^2}{2} - 2x,$$

pretende-se determinar os pontos de extremo locais de U.

1. Para cada ponto de máximo ou de mínimo da função , determine um intervalo, de comprimento não superior a 1, que o contenha, e justifique teoricamente.
2. Com o objectivo de calcular aproximações dos pontos de extremo considerados, considere a família de métodos iterativos (do ponto fixo) com funções iteradoras

$$g(x) = x + \lambda U'(x) \tag{1}$$

onde $\lambda \neq 0$ é uma constante real dada.

(a) Escreva o código de uma função que, tendo como dados de entrada x_0, λ e ϵ, calcula aproximações x_{n+1} de z da raiz da equação considerada pelo método iterativo (1) até que seja satisfeito o critério de paragem $|x_{n+1} - z| < \epsilon$.

(b) Use a função da alínea anterior para obter aproximações do ponto de máximo $x_{\max}$. Considere $\epsilon = 10^{-10}$, $\lambda_k = 0.1k, k = 1, 2, \ldots, 10$ e escolha x_0 de acordo com a resposta à questão 1. Verifique, para cada λ_k, o número de iterações necessárias para que o critério de paragem seja satisfeito. Com base nesses valores, determine qual o valor de λ_k que proporciona a convergência mais rápida. Explique os resultados obtidos com base no estudo da função iteradora.

(c) Para aproximar o ponto de mínimo x_{min}, tal que $x_{min} < 0$, por meio de uma função iteradora do mesmo tipo, que valores de λ deve considerar? Efectue para este caso um estudo experimental e teórico, análogo ao da alínea anterior.