

# Análise Complexa e Equações Diferenciais

2º Teste - 19 de Dezembro de 2015

LEGM e MEC

Duração: 90 minutos

**Apresente os cálculos**

1. Considere a equação diferencial

$$y' = y(y - 1)^2.$$

Esboce o seu campo de direcções e os gráficos das soluções. (3)

2. Resolva (3)

$$y' = -e^{2t}y^3,$$

com condição inicial  $y(0) = -1$ . Simplifique o resultado.

3. Resolva usando o método do aniquilador (3)

$$y'' - y' - 2y = e^{2t}.$$

4. Considere o sistema

$$X' = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} X.$$

a) Determine a solução que no instante  $t = 0$  vale  $X_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ . (3)

b) Esboce o retrato de fase do sistema. (2)

5. Considere o problema (4)

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 2te^{-4t} \sin(2x) & \text{para } (x, t) \in [0, \pi] \times [0, \infty[, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & \text{para } t \in [0, \infty[, \\ u(x, 0) = u_0(x) & \text{para } x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

Determine formalmente uma solução.

6. Considere o problema de valor inicial (2)

$$\begin{cases} y' = y^2 + 4t^3, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Escolhendo a função  $y_0(\cdot)$  identicamente igual a zero, calcule as iteradas de Picard  $y_1(\cdot)$  e  $y_2(\cdot)$ .