

Análise Complexa e Equações Diferenciais

2º Teste - 25 de Maio de 2013

MEEC

Duração: 90 minutos

Apresente os cálculos

versão **B**

1. Considere a equação diferencial

$$y' = 3y + 1.$$

a) Esboce o seu campo de direcções. (2)

b) Resolva a equação diferencial, com condição inicial $y(0) = y_0$, usando o facto de ser separável. (2)

c) Resolva a equação diferencial, com condição inicial $y(0) = y_0$, usando o facto de ser linear. (2)

2. Resolva usando o método do aniquilador (3)

$$y' + 4y = 4 \cos(t)$$

e verifique a resposta.

3. Considere o sistema

$$X' = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} -7 & 9 \\ 9 & 17 \end{bmatrix} X.$$

Verifique que o determinante da matriz do sistema vale -2 .

a) Determine a solução que no instante $t = 0$ vale $X_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$. (2)

b) Esboce o retrato de fase do sistema. Em que pontos são as trajectórias verticais? (2)

4. Considere o problema (4)

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 4 \cos(t) \sin(2x) & \text{para } (x, t) \in [0, \pi] \times [0, \infty[, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & \text{para } t \in [0, \infty[, \\ u(x, 0) = u_0(x) & \text{para } x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

Determine formalmente a solução.

5. Considere a equação diferencial (3)

$$(3y + 7t^4 y^4) + (3t + 6t^5 y^3) y' = 0.$$

Determine um factor integrante da forma $\mu = \mu(ty)$ e resolva a equação. Pode deixar a solução na forma implícita.