

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005
LEM, LEMat, LEGM
Recuperação do 2o. Teste - 5 de Janeiro de 2005

Justifique as suas respostas

Nome: _____

No. e Curso: _____

1. Diga qual a natureza dos seguintes integrais:

$$(a) \int_1^{+\infty} \frac{\arctan(\log^2(x))}{\sqrt{x}\sqrt{1+x^3}} dx,$$

$$(b) \int_0^1 \frac{e^{-2x} \log(x)}{x\sqrt{1-x}} dx,$$

2.

a) Determine as dez primeiras derivadas na origem de

$$f(x) = x^2 \log(1 - x^3)$$

b) Determine o desenvolvimento em série de potências de x da expressão abaixo, **indicando os domínios aonde são válidos**.

$$\frac{x^2 - 5x + 2}{(x-2)(3x-2)}$$

3.

(a) Escolhendo $\mathbf{m} > 1$, dê um exemplo, em \mathbb{R}^m , de dois conjuntos disjuntos que **não** sejam separados (explicitando bem porque é que não são separados).

(b) Calcule a distância, em \mathbb{R}^4 , entre os elementos $(1, -1, 1, -1)$ e $(-1, 1, -1, 1)$.

4.

a) Para todos os x e $y \in \mathbb{R}^m$, com $m > 1$, mostre que

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$$

b) Seja (x_n) uma subsucessão **convergente** de termos em \mathbb{R}^m , com $m > 1$. Mostre que (x_n) é limitada.