

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005  
LEM, LEMat, LEGM  
Recuperação do 2o. Teste - 5 de Janeiro de 2005

Justifique as suas respostas

Nome: \_\_\_\_\_

No. e Curso: \_\_\_\_\_

1. Diga qual a natureza dos seguintes integrais:

$$(a) \quad \int_1^{+\infty} \frac{\arctan(\log^2(x))}{\sqrt{x}\sqrt{1+x^3}} dx,$$

$$(b) \quad \int_0^1 \frac{e^{-2x} \log(x)}{x\sqrt{1-x}} dx,$$

2.

a) Determine as dez primeiras derivadas na origem de

$$f(x) = x^2 \log(1 - x^3)$$

b) Determine o desenvolvimento em série de potências de  $x$  da expressão abaixo, **indicando os domínios aonde são válidos**.

$$\frac{x^2 - 5x + 2}{(x-2)(3x-2)}$$

3.

(a) Escolhendo  $\mathbf{m} > \mathbf{1}$ , dê um exemplo, em  $\mathbb{R}^m$ , de dois conjuntos disjuntos que **não** sejam separados (explicitando bem porque é que não são separados).

(b) Calcule a distância, em  $\mathbb{R}^4$ , entre os elementos  $(1, -1, 1, -1)$  e  $(-1, 1, -1, 1)$ .

4.

a) Para todos os  $x$  e  $y \in \mathbb{R}^m$ , com  $m > 1$ , mostre que

$$||x + y||^2 + ||x - y||^2 = 2(||x||^2 + ||y||^2)$$

b) Seja  $(x_n)$  uma subsucessão **convergente** de termos em  $\mathbb{R}^m$ , com  $m > 1$ . Mostre que  $(x_n)$  é limitada.