Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005
LEM, LEMat, LEGM
Recuperação do 3o. Teste - 5 de Janeiro de 2005

Justifique as suas respostas

Nome: ______________________________

No. e Curso: ______________________________

1. Considere a equação com derivadas parciais (equação das ondas)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (a > 0)$$

Mostre que qualquer função do tipo

$$u(x,t) = c_1 f(x - at) + c_2 g(x + at)$$

com c_1 e c_2 constantes e f e g funções reais de variável real com 2as. derivadas contínuas, satisfaz a equação das ondas.

2. Considere, em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ a função

$$f(x,y) = \frac{xy}{x^3 + y^2} \sin\big(x^3 + y^2\big)$$

f é prolongável **por continuidade** a $(0,0)$?

3. Considere, em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ a função

$$f(x,y) = \frac{xy}{x^2 + y^2} \cos\big(x^2 + y^2\big)$$

f é prolongável **por continuidade** a $(0,0)$?

4. Considere uma aplicação linear $T : \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^p$. Usando a definição de diferenciabilidade, mostre que T é diferenciável em qualquer $a \in \mathbb{R}^m$, mostrando como calcular a sua jacobiana em a.

5. Considere a função $g : D \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ dada por:

$$g(x, y) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \log(2 - x^2 - y^2)\right)$$

para todo o (x, y) em D.

a) Determine o domínio D e indique justificando os pontos onde g é diferenciável.

b) Identifique a aplicação $g'(1, 0)$ e calcule $D_{(1,1)}g(1, 0)$.

6. Calcule, caso existam, os máximos, mínimos e pontos de sela de

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + e^{xy}$$

7. Sejam a e b números reais não nulos e considere a função:

$$f(x, y) = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{b^3}{y}$$

Discuta a natureza dos pontos de estacionariedade de f em função do sinal de a e do sinal de b.