

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005
LEM, LEMat, LEGM
3o. Teste - 17 de Dezembro de 2004

Justifique as suas respostas

Nome: _____

No. e Curso: _____

1. Sendo

$$u(x, y) = \log(x^2 + y^2)$$

verificar que

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

2. Considere, em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ a função

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^3 + y^2}$$

f é prolongável **por continuidade** a $(0, 0)$?

3. Considere, em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ a função

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

f é prolongável **por continuidade** a $(0, 0)$?

4. Considere em \mathbb{R}^2 , a função dada por

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

Usando a definição de diferenciabilidade, mostre que f é diferenciável em qualquer $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, explicitando a sua jacobiana em (a, b) .

5. Considere a função

$$g(x, y) = (xe^y, y \log(x))$$

a) Qual é o domínio de g ? Indique, justificando, o conjunto dos pontos onde g é diferenciável.

b) Identifique a aplicação $g'(1, 1)$ e calcule $D_{(1, -1)}g(1, 1)$.

6. Calcule, caso existam, os máximos, mínimos e pontos de sela de

$$f(x, y) = 9x^3 + \frac{1}{3}y^3 - 4xy$$

7. Sejam a e b números reais ambos diferentes de zero e considere a função:

$$f(x, y) = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{b^3}{y}$$

Discuta a natureza dos pontos de estacionariedade de f em função dos sinais de a e de b .