

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005

LEM, LEMat, LEGM

2o. Teste - 19 de Novembro de 2004

Justifique as suas respostas

Nome: _____

No. e Curso: _____

1. Diga qual a natureza dos seguintes integrais e calcule o valor representado por **um dos integrais convergentes**.

$$(a) \quad \int_{-1}^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}},$$

$$(b) \quad \int_2^{+\infty} \frac{x \sin(x)}{1+x^2} dx,$$

$$(b) \quad \int_0^{+\infty} \frac{(x^2+1)e^x}{x^{17}+3x^4+5} dx$$

2. Determine os desenvolvimentos em séries de potências de x das expressões abaixo, **indicando os domínios aonde são válidos**.

$$(a) \quad a^x \quad (a > 0)$$

$$(b) \quad \frac{12-5x}{6-5x-x^2}$$

3. (a) Dê um exemplo de dois conjuntos disjuntos que **não** sejam separados (explicitando bem porque é que não são separados).

(b) Considere o elemento de \mathbb{R}^3 :

$$(r \cos(\theta) \sin(\varphi), r \sin(\theta) \sin(\varphi), r \cos(\varphi))$$

(aonde r é um real positivo, $\theta \in [0, 2\pi[$ e $\varphi \in [0, \pi]$). Calcule a sua norma, **simplificando a expressão**.

4. Considere, em \mathbb{R}^3 , a sucessão (x_n) cujo termo geral é $(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n})$. **Usando a definição de convergência de sucessões**, mostre que (x_n) converge, indicando qual é o seu limite.