Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005
9a. Lista de Exercícios (Semana de 29 de Novembro a 3 de Dezembro)
(Cursos: LEM, LEMat, LEGM)

1. Discuta a diferenciabilidade da função

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$

2. Considere uma função real f, definida em $\mathbb{R}^2$ e tal que, para cada $(x,y) \neq (0,0)$,

$$f(x,y) = 1 + xy\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

(i) Se f for contínua na origem, qual será o valor de $f(0,0)$?
(ii) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(a,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,a)$ onde a é um número real.

3. Determine o domínio e calcule as derivadas parciais de

$$a) \quad f(x,y) = \frac{x \sinh y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\ ; \qquad\qquad b) \quad g(x,y) = \int_1^{x^2 y} e^{-t^2} dt$$

4. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2}, & \text{se } x + y > 0 \\ x + y, & \text{se } x + y \leq 0 \end{cases}$$

a) Estude a diferenciabilidade de f em $(0,0)$.
b) Determine, caso existam, as derivadas segundo o vector $(1,1)$ nos pontos $(1,1)$ e $(1,-1)$.

5. Seja g a função real definida em $\mathbb{R}^2$ pela expressão

$$g(x,y) = \begin{cases} x + y, & \text{se } xy > 0 \\ 0, & \text{se } xy \leq 0 \end{cases}$$

a) Calcule $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0)$ e $\frac{\partial g}{\partial y}(0,0)$.
b) Calcule $g'_{(1,1)}(0,0)$. Que pode concluir quanto à diferenciabilidade de g no ponto $(0,0)$?