

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2004-2005
 1a. Lista de Exercícios (Semana 20 a 24 de Setembro)
 (Cursos: LEM, LEMat, LEGM)

1. Escrever as somas de Darboux superiores e inferiores da função identidade, $f(x) = x$, relativamente a um intervalo $[a, b]$ ($a < b$). Se f é integrável em $[a, b]$, qual o valor desse integral?

2. Escrever as somas de Darboux superiores e inferiores da função $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ ($r > 0$) relativamente ao intervalo $[-r, r]$. Será esta função integrável no intervalo considerado?

3. Calcular as somas de Darboux superiores e inferiores da função $d(x) = 1$, para x racional e $d(x) = 0$ para x irracional, relativamente a um intervalo $[a, b]$ ($a < b$). Conclusões?

4. Determine as primitivas das seguintes funções.

$$\begin{array}{lll}
 a) \quad \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - 3\sqrt[5]{x^2} & b) \quad \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{\sqrt{x}} & c) \quad x\sqrt[4]{(x^2 - 1)^3} \\
 d) \quad x^3(x^2 + 1)^3 & e) \quad a^x \quad (a > 0) & f) \quad \frac{x^2}{\sqrt{a^2 + x^3}} \\
 g) \quad \frac{x^3}{1 + x^4} & h) \quad \frac{x}{1 + x^4} & i) \quad e^x \sqrt{2 - e^x} & j) \quad \frac{1}{a^2 + x^2} \\
 k) \quad \frac{1}{\sqrt{1 - 3x^2}} & l) \quad \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} & m) \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \\
 n) \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} & o) \quad \frac{1}{4 + (x - 3)^2} & p) \quad \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}} \\
 q) \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 8}} & r) \quad \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1 - x^2}} & s) \quad \frac{e^{x+2}}{1 + e^x} \\
 t) \quad \frac{\ln(x)}{x(1 - \ln^2 x)} & u) \quad (e^{2\cos(x)} + 1) \sin(x) & v) \quad \frac{\sin(x)}{2 + 3\cos(x)} \\
 w) \quad \cot^2 x
 \end{array}$$

5. Indique duas primitivas de $f(x) = \frac{1}{x}$ que não difiram por uma constante no domínio de f . Será possível que duas primitivas de f em $\mathbb{R}^+$ não difiram por uma constante?

6. Primitive $\sin(ax) \cos(bx)$, $\sin(ax) \sin(bx)$ e $\cos(ax) \cos(bx)$ com base nos desenvolvimentos de $\sin(ax \pm bx)$ e $\cos(ax \pm bx)$.