

1. Esboce os gráficos de

$$\begin{aligned} f(x, y) &= xy + 3x & f(x, y, z) &= 2x^2 + y^2 + z^2 & f(x, y, z) &= x^2 \\ f(x, y) &= 1/xy & f(x, y) &= x^2 - xy - y^2 \end{aligned}$$

2. Mostre que a bola de centro em \vec{x}_0 e raio $r > 0$ é um conjunto aberto.

3. Calcule os limites:

$$\begin{aligned} \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^3 + y^2} & \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x^2 + y^2} & \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^4 + y^4} & \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sin(x^3)}{x^2 + y^2} & \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^4 + y^4) e^{-\frac{1}{x^2 + y^2}} \\ \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos xy - 1}{x} & \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{|(x+y)/(x-y)|} \quad x \neq y \end{aligned}$$

4. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por

$$\begin{aligned} f(0, 0) &= 0 \\ f(x, y) &= \frac{y - 2x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{aligned}$$

- (a) Prove que esta função não é contínua em $(0, 0)$;
- (b) Considere a restrição desta função ao conjunto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq x^2\}$. Prove que esta restrição de f é contínua em $(0, 0)$.
- (c) Verifique que a afirmação da alínea anterior não seria válida se, em vez da restrição a D se considerasse a restrição a

$$D_k = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| \leq \frac{x}{k}\}$$

5. Considere a função dada pela expressão:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{xy - 1}}$$

- (a) Diga qual é o domínio desta função, justificando em que pontos é contínua;
- (b) Existirá algum ponto fronteiro ao domínio de f onde esta se possa prolongar por continuidade?
- (c) Indique justificando o contradomínio de f .