

## Análise Matemática III

### 1º semestre de 2001/02

#### Exercício teste 5 (Entregar na aula prática da semana de 22/10/01)

A menina Lucialima Gaudêncio, filha do Sr. Gaudêncio agricultor e futura avó do Comodoro Gaudêncio IV, é muito delicada e sensível e adora passear-se no jardim do pai, de vestido rendado e laçarote no cabelo, cantarolando, pensando em problemas de AMIII e apanhando flores que guarda num cesto.

O cesto da menina Lucialima ocupa um delicado volume em  $\mathbb{R}^3$  que em unidades apropriadas é descrito por

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 4, z \leq 0\}.$$

Após tê-los resolvido de cabeça, com alegria, a menina Lucialima sugeriu-nos os seguintes problemas para o exercício-teste 5:

- a) Utilizando coordenadas cilíndricas calcule o volume do cesto.
- b) Calcule de novo o volume de  $S$  mas desta vez utilize primeiro uma mudança de coordenadas linear, combinando-a depois com coordenadas esféricas.
- c) Sabendo que a densidade de massa do cesto é dada por  $\rho(x, y, z) = (1 + (x^2 + y^2 + 2z^2)^{3/2})$ , calcule o seu momento de inércia em relação ao eixo dos  $z$ . (Este cálculo é relevante para estudar o movimento de rotação do cesto que a menina Lucialima gosta de fazer quando se sente bem e lhe apetece rodopiar pelo jardim.)