

## Análise Matemática III

### 1º semestre de 2001/02

#### Exercício 10

Feriado Gaudêncio é irmão de Marcelino Gaudêncio, e também não tem tido uma vida nada fácil. Em boa verdade, Feriado é um encenador falhado do teatro de revista. Com o intuito de ajudar o irmão a ultrapassar uma difícil crise de meia idade aos 30 anos – após mais uma produção fracassada no parque Mayer – Marcelino convidou-o para encenar um espectáculo inovador com o seu famoso circo de formigas amestradas. O espectáculo consistia em pôr as formigas esquiarem a uma velocidade alucinante ao longo de uma rampa com a forma do conjunto

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = x \tan(z), -\frac{\pi}{2} < z < \frac{\pi}{2}\}.$$

Colocado perante esta proposta, Feriado teve uma daquelas reacções desencorajadoras que o caracterizam, perguntando:

– Mano, tens a certeza que isto é um número de variedades ?

- (a) Ajude Marcelino a sossegar o irmão, mostrando que  $M$  é uma variedade de dimensão 2.
- (b) Determine os pontos  $p$  em que  $M$  é vertical <sup>1</sup>. Ou seja, determine os pontos  $p$  tais que  $T_p M$  contém o vector  $(0, 0, 1)$ .

---

<sup>1</sup>A resposta é relevante para a escolha da iluminação do espectáculo