Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: MEC, LET, LEGM

Ficha de Trabalho da 8ª Aula Prática

1. Mostre que

   (a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+9}\,dx = \frac{\pi e^{-3}}{3};$

   (b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+2}{x^4+2x^2+1}\,dx = \pi;$

   (c) $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \frac{d\,\theta}{\sqrt{2}-\cos\theta} = 2\pi;$

   (d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+13} = \frac{\pi}{3};$

   (e) $\displaystyle\mathrm{v.\,p.}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2-1}\,dx = 0;$

   (f) $\displaystyle\mathrm{v.\,p.}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x(x-1)(x^2+1)} = -\frac{\pi}{2};$

2. (a) Classifique as singularidades de $f\colon \mathbb{C}\setminus\{1\}\to\mathbb{C}$ dada por

   $$f(z) = z^2 + (z-1)\exp\left\{\frac{4}{(z-1)^2}\right\}.$$

   (b) Determine a série de Laurent de f em $\mathbb{C}\setminus\{1\}$.

   (c) Calcule o resíduo de f em $z=1$.

3. (a) Classifique as singularidades de $f(z) = \frac{\cos z^2 - 1}{z^9}$.

   (b) Calcule o resíduo de f em $z=0$.