

## Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: MEC, LET, LEGM

### Ficha de Trabalho da 7ª Aula Prática

1. Determine o desenvolvimento em série de Laurent de  $(z^2 - 1)^{-2}$  em:

(a)  $0 < |z - 1| < 2$ ;

(b)  $|z + 1| > 2$ .

2. Para cada uma das funções seguintes classifique a singularidade no ponto indicado ( $a \in \mathbb{C}$ ) e calcule o respectivo resíduo.

(a)  $\frac{z-3}{(z-1)(z-2)}$  ( $a = 2$ );

(e)  $\frac{e^{iz}-1}{z^2}$  ( $a = 0$ );

(b)  $\frac{e^{iz}}{z^6+1}$  ( $a = e^{i\pi/6}$ );

(f)  $\frac{\cot \pi z}{z^2+1}$  ( $a = 1$ );

(c)  $\frac{z^2}{(z^2+1)^2}$  ( $a = i$ );

(d)  $\frac{1}{(z-1)^3(z-2)^2}$  ( $a = 1$ );

(g)  $\frac{1}{z \operatorname{sen}^2 \pi z}$  ( $a = -1$ );

3. Calcule

(a)  $\oint_{|z|=2} \frac{1}{(z-1)^2(z^2+1)} dz$ ;

(b)  $\oint_{|z|=8} (1+e^z)^{-2} dz$

4. Mostre que

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^2+1)^2} dx = \frac{\pi}{e}.$$

5. Mostre que

$$\int_0^{2\pi} \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{5+4 \cos \theta} d\theta = \frac{\pi}{4}.$$