

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: MEC, LET, LEGM

Ficha de Trabalho da 6ª Aula Prática

1. Calcule os integrais

- (a) $\int_{\gamma} \frac{\cos z}{z^3} dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ percorrida no sentido negativo;
- (b) $\int_{\gamma} \frac{z \operatorname{sh} z}{(z^2 - 1)^2} dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2\}$ percorrida no sentido positivo;
- (c) $\int_{\gamma} \frac{z \operatorname{ch} e^{i\pi z}}{z^3 - 4z^2} dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| = 3\}$ percorrida no sentido positivo;
- (d) $\int_{\gamma} \frac{1}{z^3} \cos \frac{\pi}{z+1} dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = \frac{1}{2}\}$ percorrida no sentido negativo.

2. Mostre que a função $u(x, y) = \operatorname{sen} x \operatorname{ch} y$ é harmónica. Determine as funções harmónicas conjugadas $v(x, y)$ de u e as respectivas funções holomorfas $f = u + iv$.

3. Determine a série de Maclaurin indicando domínio de validade.

- (a) e^{-z^2} ;
- (b) $z^2/(1+z)^2$;
- (c) $1/(1-z^3)^2$;
- (d) $\frac{1}{z^2-2z-3}$;
- (e) $\sqrt{1-z^2}$;
- (f) $z \cos^2 z$;

4. Determine a série de Taylor na vizinhança de z_0 indicando o domínio de validade.

- (a) $\frac{1}{z^2-5z+6}$, $z_0 = 1$;
- (b) $(z+1) \cos^2 z$, $z_0 = -1$;
- (c) $\log(z^2 + 2z + 2)$, $z_0 = -1$.

5. Seja f uma função holomorfa em \mathbb{C} tal que $f(z) = f(z + 2\pi)$ e $f(z) = f(z + 2\pi i)$ para cada $z \in \mathbb{C}$. Mostre f é constante.