Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

# Análise Complexa e Equações Diferenciais

## Cursos: MEC, LET, LEGM

# Ficha de Trabalho da 4ª Aula Prática

1. Determine o domínio de diferenciabilidade das seguintes funções e calule a sua derivada nesse domínio.

   (a) $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$
   (b) $\overline{e^z}$
   (c) $e^{-y}(\cos x + i \operatorname{sen} x)$
   (d) $|z|\overline{z}$
   (e) $\operatorname{tg} z$

2. Calcule as derivadas das seguintes funções

   (a) $\operatorname{sen} z$
   (b) $\cos z$
   (c) $f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$
   (d) $\operatorname{arcsen}(z)$

3. Seja $\Omega \subset \mathbb{C}$ uma região e seja $f\colon \Omega \to \mathbb{C}$ uma função holomorfa. Mostre que se $f$ verificar uma das seguintes condições, então $f$ é constante:

   (a) $\operatorname{Re} f$ é constante;
   (b) $\operatorname{Im} f$ é constante;
   (c) $|f|$ é constante.

4. Estabeleça as seguintes igualdades

   (a) $\cos(iz) = \operatorname{ch}(z)$
   (b) $\operatorname{sen}(iz) = i \operatorname{sh}(z)$
   (c) $\operatorname{sen}^2(z) + \cos^2(z) = 1$
   (d) $\operatorname{sen}(z + w) = \operatorname{sen}(z)\cos(w) + \cos(z)\operatorname{sen}(w)$

5. Para uma função $f$, seja $Z(f) = \{z \in \mathbb{C} \mid f(z) = 0\}$. Determine $Z(f)$ para as funções:

   (a) $(z^4 - 1)\operatorname{sen} \pi z$
   (b) $\operatorname{ch}^2 z$
   (c) $1 + e^{2z}$
   (d) $\operatorname{sen}^3(1/z) \quad (z \neq 0)$
   (e) $1 - e^{z^2}$
   (f) $1 + e^{z^2}$

6. Desenvolva $f(z) = 1/z^2$ como série de potências em torno de $z_0 = -1$ e indique o domínio de convergência absoluta da série.