

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: MEC, LET, LEGM

Ficha de Trabalho da 3ª Aula Prática

1. Determine a natureza das seguintes séries:

$$(i) \sum_n \frac{n}{2^n} \quad (ii) \sum_n \frac{1}{\log n} \quad (iii) \sum_n \frac{n+1}{n^4+n+1} \quad (iv) \sum_n \frac{n^2}{e^{n^3}} \quad (v) \sum_n \frac{1}{(\log n)^2}$$
$$(vi) \sum_n \frac{\cos(n)n^2}{n^4+1}.$$

2. Escreva uma expressão da forma $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ para:

$$(i) \frac{1}{2z+5} \quad (ii) \frac{1}{1+z^4} \quad (iii) \frac{1+iz}{1-iz} \quad (iv) \frac{1}{(z+1)(z+2)}.$$

Em cada caso, indique o conjunto onde a expressão obtida é válida.

3. Escreva uma expressão para $(1-z)^{-1}$ como potências de: (a) $z+1$ e (b) $z-i$.

4. Determine o raio de convergência de:

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^n / n^3 \quad (ii) \sum_{n=0}^{\infty} z^{5n} \quad (iii) \sum_{n=0}^{\infty} z^n / n^n \quad (iv) \sum_{n=0}^{\infty} n! z^n.$$

5. Determine para quais valores de z as séries seguintes convergem absolutamente:

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{2^n} \quad (ii) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^n \quad (iii) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2} (z^n + z^{-n}).$$