Definição (Ordem de Convergência)

Seja $\{x_n\}$ uma sucessão que converge para z. Se existirem constantes reais $p \geq 1$ e $K_\infty > 0$ tais que

$$lim_{m\rightarrow\infty}\frac{|z - x_{m+1}|}{|z - x_m|^p} = K_\infty$$

então dizemos que $\{x_n\}$ converge para z com ordem de convergência p. K_∞ chama-se coeficiente assimptótico de convergência.

Teorema (Ordem de Convergência do Método do Ponto Fixo)

Nas condições do teorema do ponto fixo

$$lim_{m\rightarrow\infty}\frac{|z - x_{m+1}|}{|z - x_m|} = |g'(z)|\,.$$

Teorema (Convergência Supralinear do Método do Ponto Fixo)

Seja $z = g(z)$ com $g \in C^{(p)}\left([a,b]\right),\ p \geq 2$ verificando-se as condições do teorema do ponto fixo em $[a,b]$ e $z \in [a,b]$.

Se $g'(z) = g''(z) = ... = g^{(p-1)}(z) = 0$ e $g^{(p)}(z) \neq 0$, então

$$lim_{m\rightarrow\infty}\frac{|z - x_{m+1}|}{|z - x_m|^p} = \frac{\left|g^{(p)}(z)\right|}{p!}$$

e, portanto, a sucessão $\{x_n\}$ tem ordem de convergência p e coeficiente assimptótico de convergência

$$K_\infty = \frac{\left|g^{(p)}(z)\right|}{p!}.$$