Analysis II, Übungsblatt Nr. 1

Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christoph Thiele
Dr. Diogo Oliveira e Silva
Sommersemester 2015

Abgabe in der Vorlesung am 20.04.2015.
Pro Aufgabe sind 10 Punkte erreichbar.

Aufgabe 1 (Fourierreihen I)
Berechnen Sie die Fourierreihe der 2π-periodischen Funktion f, die für $0 \leq x < 2\pi$ den Wert $f(x) = x$ hat.

Aufgabe 2 (Riemannsches Lemma)
Sei $g : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion. Für $\xi \in \mathbb{R}$ sei

$$G(\xi) := \int_a^b g(x) \cos(\xi x) dx.$$

Beweisen Sie: Dann gilt $\lim_{|\xi|\to\infty} G(\xi) = 0$.

Aufgabe 3 (Abfall der Fourier-Koeffizienten)
Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine stetige periodische Funktion mit Fourier-Koeffizienten $\{a_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$. Zeigen Sie: Ist f k-mal stetig differenzierbar, so existiert $C < \infty$ so dass

$$|a_n| \leq \frac{C}{1 + |n|^k} \text{ für alle } n \in \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 4 (Fourierreihen II)
Sei $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die 2π-periodische Funktion definiert durch $f(x) := e^{\alpha x}$ für $x \in [0, 2\pi)$. Berechnen Sie die Fourierreihe von f, und benutzen Sie das Resultat um die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \alpha^2}$$

zu berechnen.

Help Desk Analysis II
Tim Leistritz (s6tileis@uni-bonn.de), Montag und Mittwoch 15-18 Uhr, Raum N1.002 (Nebengebäude)