

5ª ficha de exercícios para as aulas práticas

1. Considere em \mathbb{R}^2 as bases ordenadas \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 em que $\mathcal{B}_1 = \{(1, -1), (0, 1)\}$. Seja

$$S_{\mathcal{B}_1 \rightarrow \mathcal{B}_2} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determine as coordenadas do vector $(1, 1)$ em \mathcal{B}_2 .

2. Sejam \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 duas bases ordenadas de \mathbb{R}^2 . Sejam $(1, 2)$ e $(5, 11)$ as coordenadas de um vector u em \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 respectivamente. Sejam $(1, 1)$ e $(3, 7)$ as coordenadas de um vector v em \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 respectivamente. Determine a matriz $S_{\mathcal{B}_1 \rightarrow \mathcal{B}_2}$.

3. Sejam $B_1 = \{v_1, v_2\}$ e $B_2 = \{w_1, w_2\}$ duas bases ordenadas de \mathcal{P}_1 , onde

$$w_1 = t, \quad w_2 = 1 - t.$$

Suponha que

$$S_{B_2 \rightarrow B_1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Determine B_1 .

4. Sejam $B_1 = \{1, 1 - t, t^2\}$ e $B_2 = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2\}$ duas bases ordenadas de \mathcal{P}_2 .

(i) Suponha que as coordenadas de um vector $p(t) \in \mathcal{P}_2$ em relação à base B_2 são dadas por $(1, 2, 3)$. Determine as coordenadas do mesmo vector $p(t)$ em relação à base B_1 .

(ii) Determine a matriz $S_{B_1 \rightarrow B_2}$ e utilize-a para determinar as coordenadas do vector $2 - t + t^2$ na base B_2 .

5. Considere o espaço linear

$$U = L \left(\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right\} \right).$$

Sejam \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 duas bases ordenadas de U , com

$$\mathcal{B}_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

Considere ainda

$$S_{\mathcal{B}_1 \rightarrow \mathcal{B}_2} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Determine as coordenadas do vector $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ em \mathcal{B}_1 .